复旦大学数学学院2017暑期活动

复旦大学数学学院为对数学有兴趣的学生安排暑期讨论班和暑期课程，欢迎学生积极参加，进入或者将进入拔尖计划的学生必须参加一个讨论班或者暑期课程。也欢迎外校学生参加，外校学生可以打电话02165642344咨询，学院不负责食宿。

时间：7/10-7/30三周（代数课程除外）。

每周三次，每次三个课时。

1. 暑期讨论班：

计划开设以下常规讨论班：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Analysis** | **Geometry/topology** | **Algebra** |
| 大一暑假 | Mathematical analysis [R]  数学分析原理 | Set theory [HK][E]  集合论 | Algebra(I) [A]  代数I |
| 大二暑假 | Real analysis [SS3]  实分析/概率 | Algebraic topology [Ma]  代数拓扑 | Algebra [AM]  /Number theory  交换代数/数论 |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**课本**

[A] *Algebra*, by M. Artin, 机械工业出版社

[AM] *Commutative Algebra*, by Atiyah and MacDonald

[C] *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, by M. do Carmo, 机械工业出版社

[Ch] *A course of Probability Theory,* by K.L.Chung,

[E] *Elements of Set Theory*, by H. Enderton, 人民邮电出版社

[HK] *Zermelo-Fraenkel Set Theory,* by S. Hayden and J.F. Kennison

[HS] *A Course in Homological Algebra*, by Hilton and Stammbach, 世界图书出版公司

[L] *Smooth Manifolds*, by J. Lee, 世界图书出版公司

[Ma] *A Basic Course in Algebraic Topology*, by W. Massey, 世界图书出版公司

[Mo] *Fields and Galois Theory*, by P. Morandi, 世界图书出版公司

[Mu] *Topology,* by J. Munkres, 机械工业出版社

[R] *Principles of Mathematical Analysis*, by W. Rudin, 机械工业出版社

[SS1] *Fourier Analysis*, by Stiein and Shakarchi, 世界图书出版公司

[SS2] *Complex Analysis*, by Stein and Shakarchi, 世界图书出版公司

[SS3] *Real Analysis*, by Stein and Shakarchi, 世界图书出版公司

[SS4] *Functional Analysis*, by Stein and Shakarchi

1. 暑期课程：
2. 代数/数论类

课程名称： 数论与交换代数专题

授课教师：王善文，复旦大学数学中心；刘青，法国波尔多大学

课程介绍： 本课程分两部分前一部分专题介绍素数定理的证明，希望选课学生已经了解实分析复分析的基本知识；后一部分专题介绍交换代数，选课学生须了解抽象代数的基本知识。

第一讲：介绍数的系统以及素数在构造数的过程中的作用；初步介绍素数定理和Dirichlet's theorem on Arithmetical progression。

第二讲： Dirichlet序列的一般理论

第三讲： Riemann zeta函数

第四讲： Dirichlet L 函数

第五讲： 素数定理和Dirichlet定理的证明。

后面四讲：待定

时间安排： 7月6号，8号，9号，10号，11号，18号，19号，20号，21号。

1. 几何/拓扑类

课程：Riemann几何

授课教师：丁青教授，复旦大学数学学院

介绍：我们主要介绍Riemann几何中的基本概念和研究问题的基本思想方法，在此基础上，介绍Riemann流形上曲率与拓扑关系的两个基本结果，为今后进一步的学习打下基础。

第一讲，Riemann度量和联络

         本讲中，我们主要介绍流形上Riemann度量的存在性，联络的定义和性质，以及Levi-Civita联络、协变导数计算方法等。

第二讲，沿曲线的平行移动方程、测地线

         本讲中，我们介绍平行移动方程和平行移动向量场的概念和性质，已及与联络的关系，在这当中我们引出测地线的概念。

第三讲，Riemann曲率

         在联络、协变导数和平行移动的基础上，我们通过联络矩阵、曲率矩阵引入曲率算子，并进行曲率张量的计算。

第四讲，Riemann曲率的性质

          讨论Riemann曲率张量的性质，引出截面曲率的概念并证明Schur定理， Ricci曲率和数量曲率及其性质也一起讨论。

第五讲，测地线、指数映照与流形的完备性

          本讲中，利用测地线方程的性质，我们引出指数映照，并讨论流形的完备性与指数映照的深刻关系。

第六讲， Jacobi场方程及其性质

          本讲中，我们首先介绍曲线的变分概念，用曲线的变分引出Jacobi场方程，讨论Jacobi场方程的性质，为我们利用Jacobi场于后面的研究服务。

第七讲，弧长的第一、二变分公式

          本讲中，我们要计算弧长的变分公式，由此引出Morse指标形式，并在此基础上证明Jacobi场的极小性。

第八讲，Cartan－Hadamard定理

          本讲中，我们证明第一个曲率与拓扑关系的基本结果－Cartan－Hadamard定理，即曲率非正的完备单连通的Riemann流形微分同胚于同维数的欧氏空间。

第九讲，Bonnet－Myers定理

          利用Jacobi场的极小性以及相关的性质，我们证明第二个基本的曲率与拓扑关系的结果－Bonnet－Myers定理，即Ricci曲率有下界的完备Riemann流形的直径是有限的，从而该流形也是是紧的。

本课程的基础是：大学微分几何（曲线、曲面论），微分流形。

时间：7/10-7/30

1. 分析类

课程名称：Bernoulli卷积的基本性质

授课教师：沈维孝教授，复旦大学数学学院/数学中心

内容：无穷Bernoulli卷积研究形如\sum \pm \lambda^n形式的随机变量的分布性质，与调和分析、代数数理论、动力系统及分形几何紧密相关。本课程介绍无穷Bernoulli卷积的基本性质。选课学生应具有良好的数学分析和实变函数基础。

时间：7/10-7/30